Mr. GORDANA ŠTEFANČIĆ
Dr. MARIJANA GJUMBIR
Fakultet prometnih znanosti
Zagreb, Vukelićeva 4

Tehnologija i organizacija prometa
Prethodno priopćenje
UDK: 656.012.122
Primljeno: 02.07.1990.
Prihvaćeno 24.09.1990.

PRIMJENA UPOTPUNJENE RUSSELLOVE METODE U MULTIMODALNOM TRANSPORTU

SAŽETAK

Praćenje novih matematičkih metoda omogućuje usavršavanje postojeće programske podrške, a ostvareni rezultati mogu se izravno primijeniti u praksi. To ilustrira u ovom radu upotpunjena metoda Russellovih aproksimacija pri rješavanju transportnog problema u multimodalnom transportu.

1. UVOD

Iako je transportni problem linearnog programiranja dobro proučen te razvijen veći broj algoritama s pomoću kojih se dobiva optimalno rješenje, ipak je još uvijek zanimljivo praćenje novih i poboljšanje starih metoda, kako bi se mogla usavršiti postojeća programska podrška radi što efikasnije primjene.

U ovom radu primijenjen je manje poznat postupak upotpunjenih Russellovih aproksimacija za dobivanje početnog plana prijevoza tereta u multimodalnom transportu. U primjeni, u usporedbi s ostalim metodama, pokazala se jednom od najefikasnijih

Budući da su troškovi prijevoza u multimodalnom transportu važna stavka, primjena jedne tako efikasne metode omogućuje transporterima velike uštede u poslovanju.

2. TRANSPORTNI ZADATAK I METODE RJEŠAVANJA

Važno mjesto u operacijskim istraživanjima zauzimaju transportni problemi. Istraživači se bave određivanjem optimalnih troškova pri poznatoj strukturi transporta, tj. kada su poznati lokacija, transportna mreža, te ovisnost troškova o količini robe što se transportira. Transportni problem je linearan kada su troškovi transporta linearno ovisni o količini robe što se transportira. Iako se simpleks-metodom mogu riješiti i transportni problemi, njihova specifičnost uzrokovala je stvaranje posebnih transportnih metoda linearnog programiranja [1].

Transportne metode linearnog programiranja koriste se i za nalaženje optimalnog rješenja, optimalnog vremena obavljanja određenih djelatnosti, najpovoljnijeg izbora radnika ili strojeva za obavljanje određenih djelatnosti. Stoga se vrlo često pojavljuje potreba i za nalaženjem maksimalne vrijednosti funkcije kriterija, a ne samo minimalne kao što je uobičajeno pri rješavanju transportnih problema.

Matematičkom modeliranju transportnog problema u multimodalnom transportu prišlo se tako da se iz postojećih m ishodišta (I_1, I_2,.....I_m) treba prevesti teret do n odredišta (0_1, 0_2,....0_n) uz najmanje troškove transporta. Poznato je da u i-tom ishodištu postoji a_i (i=1,2,...,m) jedinica tereta, da je j-tom odredištu potrebno b_j (j=1,2...., n) jedinica istog tereta, te da su jedinični troškovi prijevoza iz i-tog ishodišta u j-to odredište c_{ij} (i=1,2,..., m; j=1,2,..., n). Ukupna ponuda jednaka je ukupnoj potražnji pri zatvorenom transportnom problemu.

Ako se označi sa x_{ij} (i=1,2,..., m; j=1,2,...,n) količina tereta koju treba prevesti iz i-tog ishodišta u j-to odredište, tada se kao matematički model transportnog problema dobiva:

$$\min F(X) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \; x_{ij} \tag{1}$$

Ograničenja su:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \; (i=1,2,...,m), \; a_i > 0 \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \; (j=1,2,.....,n), \; b_j > 0 \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \tag{4}$$

uz uvjet negativnosti:

$$x_{ij} \quad 0 \; (i = 1,2,...,m; \; j = 1,2,....,n) \tag{5}$$

Funkcija F(X) u (1) naziva se funkcijom cilja ili kriterija.

Transportne metode svode predstavljanje transportnog problema na shematski prikaz, koji olakšava određivanje rješenja, jer se na taj način izbjegava rješavanje sustava jednadžbi. Transportni problem ne može se riješiti u jednom postupku, nego se postupak sastoji od niza iteracija preko kojih se, kao i u drugim problemima linearnog programiranja, dolazi do optimalnog rješenja.

Rješavanje transportnog problema linearnog programiranja sastoji se obično od dvaju dijelova. Prvi dio omogućuje određivanje početnoga baričnog rješenja, a drugi dio određuje optimalno rješenje na temelju poboljšanja nađenoga početnog rješenja.

Postoji i više metoda za određivanje početnog rješenja. To su:
- metoda sjeverozapadnoga kuta (ili dijagonalna metoda),
- metoda najmanjih troškova,
- metoda dvojnog prvenstva,
- Vogelova aproksimativna metoda i
- Russellova metoda.

U ovome radu za određivanje početnog rješenja transportnog problema u multimodalnom transportu koristit će se manje poznata metoda Russellovih aproksimacija [2], i to njena novija verzija, u kojoj je ta metoda upotpunjena [3].

Upotpunjena metoda Russellovih aproksimacija za određivanje početnog rješenja sastoji se u traženju najvećih vrijednosti jediničnih troškova c_{ij} za svako ishodište (svaki redak i) što se onda označi sa u_i'. Jednak je postupak i za svako odredište (stupac j), pa se tako nađena najveća jedinična cijena c_{ij} označi sa v_j'. Nakon toga se za svaku varijablu x_{ij} (koja već ranije nije bila razmatrana) izračunaju razlike (c_{ij} - u_i' - v_j), a kao rješenje odabire se varijabla koja ima najveću negativnu vrijednost te razlike. Glavni su koraci ove metode:

Korak 1. Izračunati veličine u'_i, v'_j i Δ_{ij} koje su jednake

$$u'_i = \max_{1\le j\le n} \{c_{ij}\} \quad \text{za } i = 1,2,\ldots,m \tag{6}$$

$$v'_j = \max_{1\le i\le m} \{c_{ij}\} \quad \text{za } j = 1,2,\ldots,n \tag{7}$$

$$\Delta_{ij} = c_{ij} - u'_i - v'_j \quad \text{za svaki i i j} \tag{8}$$

Korak 2. Odabrati varijablu x_{ij} koja ima najveću negativnu vrijednost Δ_{ij}. Ako postoji više takvih, odabire se ona koja ima najmanje jedinične troškove c_{ij}. Ako opet ima jednakih, treba odabrati onaj x_{ij} kojemu pripada najveći ostatak od a_i odnosno b_j.

Valja napomenuti da se upravo u ovom koraku ta metoda razlikuje od izvorne Russellove koja za specijalne slučajeve samo preporučuje - odabire prvi po redu.

Koraci 3. i 4. identični su za obje metode.

Do optimalnog rješenja može se potom doći jednom od sljedećih metoda:
- Stepping-stone metoda,
- MODI metoda,
- Ford-Fulkersonova metoda i
- metoda uvjetno-optimalnih planova.

U ovom se radu za određivanje optimalnog rješenja koristi MODI metoda ili metoda potencijala.

Lee [2] ilustrira primjenu svoje metode na ovom primjeru:

	1	2	3	
1	2.2	2.1	2.4	250
2	1.8	1.9	2.1	300
3	3.0	3.2	3.6	200
	190	240	320	

U koraku 1. izračunane su veličine $\Delta_{ij} = c_{ij} - u'_i - v'_j$, te se dobiva sljedeća tablica:

-3.2	-3.5	-3.6
-3.3	-3.4	-3.6
-3.6	-3.6	-3.6

Korak 2. Budući da su $\Delta_{13} = \Delta_{23} = \Delta_{31} = \Delta_{32} = \Delta_{33}$, treba odabrati x_{ij} kojemu odgovaraju najmanji jedinični troškovi c_{ij}. To je x_{23}, pa se, prema Russellu, ne uzima bilo koja npr. prva.

Korak 3. daje: x_{23} = 300

Korak 4. Eliminiran je drugi redak.

Ponavljanjem postupka dobiveno je početno moguće rješenje:

$$x_{23} = 300$$
$$x_{13} = 20$$
$$x_{31} = 190$$
$$x_{32} = 10$$
$$x_{12} = 230$$

te vrijednost funkcije cilja F = 1763. MODI metoda pokazuje da je to i optimalno rješenje. Autor ističe da ostale metode ne daju odmah i optimalno rješenje.

3. PRIMJENA U MULTIMODALNOM TRANSPORTU

Međunarodni multimodalni prijevoz robe prema Konvenciji Ujedinjenih naroda (Ženeva, 24. svibnja 1980) jest prijevoz robe s pomoću dvaju različitih načina prijevoza na temelju ugovora o multimodalnom prijevozu iz mjesta u državi u kojoj je poduzetnik multimodalnog prijevoza preuzeo robu do mjesta određenog za isporuku (predaju) koje je u drugoj državi [4].

Za konkretan primjer uzet je problem optimalizacije transporta limova, lamela i žice iz osam mjesta u Austriji (ishodišta) u sedam mjesta u Jugoslaviji. Troškovi transporta robe čine važnu stavku u ukupnim troškovima, što opravdava svaki pokušaj rješavanja ovakvoga problema [5].

Polazni podaci dobiveni su od RO "Zagrebački transporti", OOUR "Međunarodni prijevoz", čija su vozila koristila huckepack tehnologiju ili uprtni prijevoz na relaciji Graz-Maribor, što znatno smanjuje troškove prijevoza. Problem je zadan kao zatvoreni transportni problem, čije su ponuda, potražnja i matrica cijena prijevoza uvjetovane različitim prijevoznim sredstvima. U matričnom obliku ovaj transportni problem zadan je tablicom 1.

Problem je riješen primjenom upotpunjene metode Russellovih aproksimacija za dobivanje početnog rješenja i MODI metodom za

Tablica 1.

	1	2	3	4	5	6	7	
1	1	3	5	7	9	11	4	30
2	14	12	10	10	8	6	3	29
3	7	9	13	17	21	24	29	28
4	35	22	21	26	23	20	20	27
5	7	10	13	16	12	8	5	26
6	25	20	15	5	11	17	23	25
7	10	15	9	16	12	17	10	24
8	2	5	8	8	3	15	21	23
	17	12	19	33	49	39	43	

Izvor: RO "Zagrebački transporti"

dobivanje optimalnog rješenja.

Tablica 2 sadrži najveće vrijednosti jediničnih troškova za svaki redak i svaki stupac, te odabrane varijable x_{ij} u pojedinim koracima u upotpunjenoj metodi Russellovih aproksimacija.

Tablica 2.

ko-raci	u_i								v_j							varijabla
1	11	14	29	35	16	25	17	21	35	22	21	26	23	24	29	$x_{31} = 17$
2	11	12	29	26	16	23	17	21		22	21	26	23	24	29	$x_{64} = 25$
3	11	12	29	26	16		17	21		22	21	26	23	24	29	$x_{32} = 11$
4	11	12		26	16		17	21		22	21	26	23	20	21	$x_{85} = 23$
5	11	12		26	16		17			22	21	26	23	20	20	$x_{57} = 26$
6	11	12		26			17			22	21	26	23	20	20	$x_{12} = 1$
7	11	10		26			17				21	26	23	20	20	$x_{14} = 8$
8	11	10		23			17				21		23	20	20	$x_{73} = 19$
9	11	8		23			17						23	20	20	$x_{75} = 5$
10	11	8		23									23	20	20	$x_{17} = 17$
11	11	8		23									23	20		$x_{15} = 4$
12		8		23									23	20		$x_{25} = 17$
13		6		20										20		$x_{26} = 12$
14				20										20		$x_{46} = 27$

Izvor: Autori rada

U ovom primjeru i Russellova i upotpunjena Russellova metoda daju jednak rezultat:

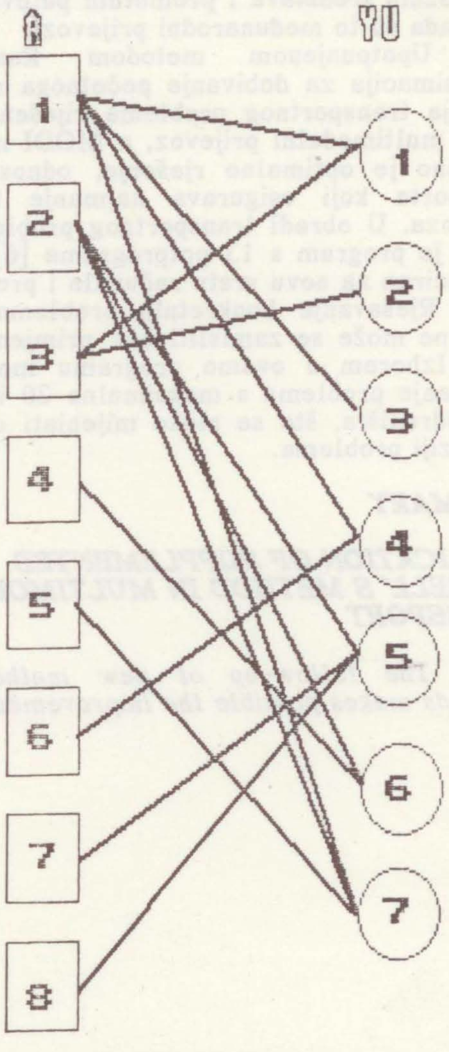
$$7 \cdot 17+25 \cdot 5+11 \cdot 9+23 \cdot 3+26 \cdot 5+4 \cdot 9+17 \cdot 8+12 \cdot 6+27 \cdot 20+1 \cdot 3+8 \cdot 7+19 \cdot 9+5 \cdot 12+17 \cdot 4 = 1684$$

Dakle, ukupni su transportni troškovi F = =1684 dinara. MODI metoda dala je za dvije iteracije optimalno rješenje F = 1665 dinara. U tablici 3. predstavljen je optimalni program. Prikaz optimalnog plana prijevoza dan je odgovarajućim grafom na slici 1.

Tablica 3.

	1	2	3	4	5	6	7
1		1	19	8			2
2					2	12	15
3	17	11					
4						27	
5							26
6				25			
7					24		
8					23		

Izvor: Autori rada



Slika 1. Graf multimodalnog transporta

Graf multimodalnog transporta tereta iz Austrije u Jugoslaviju predočuje optimalne tokove tereta, odnosno tokove koji daju optimalne - minimalne troškove transporta.

4. ZAKLJUČAK

Velike mogućnosti uključivanja u suvremeni međunarodni promet robe i usluga stječu se gradnjom sustava multimodalnog transporta. Danas je to više nego ekonomska i tehnološka nužnost zbog jake konkurencije na svjetskom tržištu.

Uvođenje modernih transportnih tehnologija rezultira kvalitetnijim i bržim odvijanjem transporta uz manje troškove, koji rezultiraju smanjenjem cjelokupnih troškova distribucije robe od proizvođača do potrošača, koristeći se pritom različitim prijevoznim sredstvima i različitim tehnologijama transporta.

Rezultati vlastitih istraživanja [5] doveli su do spoznaje da je nužna suradnja između prometnih grana, jer izbor nosilaca prometa nije jednostavan i stoga je i uloga špeditera vrlo važna pri odabiranju i organiziranju optimalnih prijevoznih sredstava i prometnih putova, naročito kada su to međunarodni prijevozi.

Upotpunjenom metodom Russellovih aproksimacija za dobivanje početnoga mogućeg rješenja transportnog problema riješen je efikasno multimodalni prijevoz, a MODI metodom dobiveno je optimalno rješenje, odnosno plan transporta koji osigurava najmanje troškove prijevoza. U obradi transportnog problema korišten je program s 13 potprograma [6] koji je modificiran za novu vrstu računala i programski jezik. Rješavanje konkretnih problema transporta ne može se zamisliti bez primjene računala. Izborom u ovome programu moguće je rješavanje problema s maksimalno 20 ishodišta i 20 odredišta, što se može mijenjati ovisno o dimenziji problema.

SUMMARY

APPLICATION OF SUPPLEMENTED RUSSELL'S METHOD IN MULTIMODAL TRANSPORT

The follow-up of new mathematical methods makes possible the improvement of the existing software support while the results obtained can directly be applied in practice - this has been illustrated in this paper dealing with the supplemented Russell's method of approximations in the process of resolution of transport problems in multimodal transport.

LITERATURA

[1] S. VUKADINOVIĆ: Transportni zadatak linearnog programiranja. Beograd, Naučna knjiga, 1979, str. 160.

[2] E.J. RUSSELL: Extension of Dantzig's algorithm to finding an initial nearoptimal basis for the transportation problem. Oper. Res., 17, 1969, 1, str. 187-191.

[3] T. LEE: A complete Russel's method for the transportation problem. SIAM Review, 28, 1986, 4, str. 547-549.

[4] I. GRABOVAC: Odgovornost poduzetnika multimodalnog prijevoza stvari. Split, Pravni fakultet, 1986, str. 44.

[5] G. ŠTEFANČIĆ: Utjecaj špeditera na optimalizaciju jugoslavenskog cestovnog prometnog sustava. Magistarski rad, Fakultet za pomorstvo i saobraćaj u Rijeci, 1989.

[6] S. KRČEVINAC, J. PETRIĆ, M. ČUPIĆ, I. NIKOLIĆ: Algoritmi i programi iz operacijskih istraživanja, Beograd, Naučna knjiga, 1983, str. 609.