

ŠTEFICA MRVELJ, dipl. inž.
Dr. MARIJANA GJUMBIR
Fakultet prometnih znanosti
Zagreb, Vukelićeva 4

Planiranje prometa
Prethodno priopćenje
UDK: 654.15.021 (497.5)
Primljeno: 15.10.1993.
Prihvaćeno: 06.04.1994.

LOGISTIČKI MODEL KRETANJA GUSTOĆE GTP-a U REPUBLICI HRVATSKOJ

SAŽETAK

U radu je provedena kvantitativna analiza raspoloživih podataka o dosadašnjem kretanju odabranih kapaciteta telefonske mreže za Republiku Hrvatsku. Na osnovi razvoja u prethodnom razdoblju (1973.-1990. godine) pokazano je kako se planiranje dugoročnih potreba za glavnim telefonskim priključcima (GTP) odnosno gustoćom GTP/100 stanovnika može provoditi uz primjenu logističkog modela.

1. UVOD

Telefon je već odavno postao nužna sastavnica svakodnevnih potreba društva, a osobito gospodarstva i pojedinca. Stoga svi oni koji rade na eksploataciji i proizvodnji telekomunikacijskih postrojenja moraju znati u kojoj će mjeri porasti broj iskorištenih telefonskih priključaka (GTP), broj telefonskih aparata itd.

Ponuda i potražnja telefonskih priključaka ovisna je o tehničkom i ekonomskom napretku zemlje. Potražnja za telefonskim priključcima ovisi o više čimbenika, npr. o ukupnom dohotku, cijeni odnosno tarifi, nacionalnim navikama, porastu stanovništva, osobitostima i prednostima itd.

U analizi prosječnih kapaciteta za telefonsku mrežu usvojena je gustoća tzv. glavnih telefonskih priključaka (GTP) tj. njihov broj na stotinu stanovnika kao znakoviti parametar. Tendencija je da taj broj bude što veći; on u početku raste brže, a zatim sve sporije, da bi na kraju dospio u fazu zasićenja.

U radu je provedena kvantitativna analiza raspoloživih podataka o dosadašnjem kretanju odabranih kapaciteta telefonske mreže za Republiku Hrvatsku. Na osnovi razvoja u prethodnom razdoblju (1973.-1990.) pokazano je kako se planiranje dugoročnog porasta broja glavnih telefonskih priključaka odnosno gustoća glavnih telefonskih priključaka na stotinu stanovnika može provoditi uz primjenu logističkog modela. Stoga su proučene i potanje značajke logističke funkcije.

2. ANALIZA DOSADAŠNJEGA RAZVOJA ODABRANIH TELEFONSKIH KAPACITETA

Opća je značajka razvoja telefonske mreže u različitim dijelovima svijeta - da su te mreže u stalnoj ekspanziji. Kao najbolji pokazatelj razvijenosti obično se uzima gustoća

glavnih telefonskih priključaka, odnosno broj glavnih telefonskih priključaka na stotinu stanovnika (GTP/100 stanovnika).

Da bi se moglo suditi o razvijenosti telefonske mreže Republike Hrvatske, najbolje je obaviti usporedbu s najrazvijenijim zemljama.

Tablica 1. Broj GTP na 100 stanovnika

Godina	Države		
	Švedska	Švicarska	Hrvatska
1976.	53	40	5
1977.	54	41	6
1978.	56	42	7
1979.	56	43	7
1980.	58	45	8
1981.	59	46	9
1982.	60	47	9
1983.	60	48	10
1984.	62	49	11
1985.	63	50	12
1986.	64	52	13
1987.	65	54	14
1988.	66	55	15
1989.	67	57	16
1990.	68	59	18

Izvor podataka: [1], [2].

Brojna istraživanja u mnogim zemljama pokazala su da je gustoća GTP usko povezana s gospodarskim i društvenim razvojem zemlje, tj. da između gustoće GTP i narodnog dohotka postoji određena ovisnost. Opće je pravilo: što je neka zemlja razvijenija, to je veća njena gustoća GTP [3]. Analizom razvoja gustoće glavnih telefonskih priključaka u najrazvijenijim europskim zemljama, Švedskoj i Švicarskoj, može se zaključiti da je stopa rasta približno konstantna i malena. Za promatrano razdoblje (1976.-1990.) u Švedskoj je ona 1,8%, a u Švicarskoj 2,8%.

S obzirom na gustoću GTP, Hrvatska pripada među slabo razvijene, no s visokom stopom rasta od 9%.

Ukupni broj glavnih telefonskih priključaka jednak je zbroju privatnih glavnih telefonskih priključaka u stanovima i poslovnih glavnih telefonskih priključaka.

U početnom se stupnju razvoja telefonije korištenje više telefonskih aparata po jednom GTP-u smatralo luksu-

Tablica 2. Porast odabranih kapaciteta telefonske mreže u Republici Hrvatskoj

Godina	Broj GTP	Broj TA	GTP/100	Stopa rasta	TA/GTP
1973.	186 457	287 412	4,16	-	1,54
1974.	199 325	317 956	4,52	8,65	1,60
1975.	219 377	338 865	4,85	7,30	1,54
1976.	244 914	375 402	5,39	11,13	1,53
1977.	266 799	415 043	5,84	8,35	1,56
1978.	302 480	472 010	6,59	12,84	1,56
1979.	331 627	496 310	7,19	9,10	1,50
1980.	362 271	518 848	7,82	8,62	1,43
1981.	396 503	565 693	8,63	10,36	1,43
1982.	433 439	614 591	9,41	9,04	1,42
1983.	468 358	666 768	10,09	7,23	1,42
1984.	508 752	702 256	10,94	8,42	1,38
1985.	547 921	755 774	11,95	9,23	1,38
1986.	585 209	791 303	12,52	4,77	1,35
1987.	645 704	853 773	13,80	10,22	1,32
1988.	702 777	920 058	15,00	8,70	1,31
1989.	753 924		16,08	7,20	-
1990.	822 928		18,00	11,94	-

Izvor podataka: [4].

zom. Međutim, u daljnjem tijeku razvoja sve više se povećavao broj telefonskih aparata (TA) u stanovima, ustanovama i gospodarskim poduzećima što je znatno utjecalo na povećanje odnosa TA/GTP [5].

Nakon stanovitog vremena zadovolje se potrebe poslovnih korisnika za TA, dok se u stanovima uglavnom stalno povećava potreba za GTP, i to u većini samo s jednim telefonskim aparatom, što utječe na smanjenje odnosa TA/GTP, kako je vidljivo iz tablice 2. i za našu zemlju.

Budući razvoj odnosa TA/GTP teško je procijeniti (deset pa čak i više godina obično se ne mijenja više od 10%). Kakav će biti odnos u nekom određenom trenutku ovisi o industrijskom i gospodarskom položaju zemlje kao i o osobinama stanovništva. Prvi čimbenik djeluje na povećanje odnosa TA/GTP, dok drugi djeluje suprotno.

3. LOGISTIČKI MODEL

3.1. Svojstva logističke funkcije

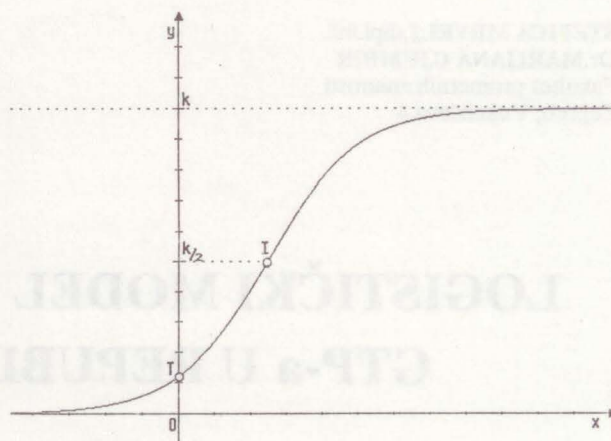
U primjenama se logistička funkcija najčešće pojavljuje kao model u obliku:

$$y = \frac{k}{1 + b e^{ax}}, \quad a < 0 \quad (1)$$

gdje su k, a i b parametri. [t vrijeme i y promatrana veličina.]

Logistička krivulja (sl. 1) jedna je od najpoznatijih "S" krivulja.

Graf logističke funkcije ima za sjecište s y osi točku $T \left(0, \frac{k}{1+b}\right)$, točku infleksije $I \left(-\frac{1}{a} \ln b, \frac{k}{2}\right)$, horizontalne asimptote os x i pravac $y = k$. Na slici 1. je graf za $a < 0$ i $b > 1$.



Slika 1. Graf logističke funkcije

Parametar $k \left(k = \lim_{t \rightarrow \infty} y\right)$ je u praksi često unaprijed poznat ili na neki način procijenjen, pa ako ga se označi s k^* , tada (1) prelazi u dvoparametarski model, uz pretpostavku $x = t$:

$$y = \frac{k^*}{1 + b e^{at}} \quad (2)$$

3.2. Identifikacija modela

Pokazatelji logističkog trenda razlikuju se upravo prema tomu je li parametar unaprijed poznat ili nije. Svojstvo je logističke funkcije da su omjeri prvih diferencija recipročnih vrijednosti te funkcije konstantni, i to svojstvo daje tzv. kriterij diferencija, a pretpostavlja se pritom da su argumenti ekvidistantni.

Mogući pokazatelj je i veličina $\ln \left|\frac{\Delta y}{y^2}\right|$, koja je linearna funkcija vremena ako između t i y postoji ovisnost (1) [6].

Ako je parametar k poznat ili na neki način procijenjen, pa označen s k^* , pokazatelji trenda će biti:

a) veličina $\ln \left(\frac{k^*}{y} - 1\right)$ linearno se mijenja s vremenom t, tj. prema (2) vrijedi odnos:

$$\ln \left(\frac{k^*}{y} - 1\right) = a t + \ln b \quad (3)$$

b) kriterij diferencija, koji je sada:

$$\frac{\frac{1}{y_{i+1}} - \frac{1}{k^*}}{\frac{1}{y_i} - \frac{1}{k^*}} = \text{konst.} \quad (4)$$

3.3. Procjena parametara

Ako su sva tri parametra nepoznata, budući da se radi o nelinearnom modelu, moramo ih odrediti metodom parcijalnih zbrojeva [7] ili metodom najmanjih kvadrata [8]. Uz pretpostavku da su vremenski intervali jednaki, metodom parcijalnih zbrojeva izvedene su u [7] formule za procjene parametara:

$$a = \frac{1}{m} \ln \frac{S_2 - S_3}{S_1 - S_2},$$

$$k = \frac{m(S_1 + S_3 - 2S_2)}{S_1 S_3 - S_2^2}$$

$$b = \frac{k(a-1)(S_2 - S_1)}{(a^m - 1)^2}$$

Pritom je n broj podataka, $m = \frac{n}{3}$,

$$S_1 = \sum_{i=1}^m \frac{1}{y_i}, S_2 = \sum_{i=m+1}^{2m} \frac{1}{y_i}, S_3 = \sum_{i=2m+1}^n \frac{1}{y_i}$$

Najbolje procjene dobivaju se izravnom primjenom metode najmanjih kvadrata, koja vodi do triju nelinearnih jednadžbi [8].

Kad je parametar k unaprijed poznat, dvoparametarski model (2) je linearan u parametrima, pa omogućuje jednostavnu primjenu metode najmanjih kvadrata za procjenu parametara a, odnosno b.

4. PREDVIĐANJE KRETANJA GUSTOĆE GTP-a U REPUBLICI HRVATSKOJ LOGISTIČKIM MODELOM

Na osnovi dosadašnjeg trenda razvoja gustoće GTP-a/100 stanovnika u Hrvatskoj za razdoblje 1973.-1990. godine (tabl. 2.) provedeno je predviđanje njenoga kretanja s pomoću logističkog modela, uz pretpostavku da je $k^* = 55$ GTP/100 stanovnika.

Adekvatnost primjene modela (2) ispitana je s pomoću pokazatelja kojih su numeričke vrijednosti sadržane u tablici 3.

Tablica 3. Podaci za pokazatelje logističkog trenda

t_i	$\frac{\frac{1}{y_{i+1}} - \frac{1}{55}}{\frac{1}{y_i} - \frac{1}{55}}$	$\ln\left(\frac{55}{y_i} - 1\right)$
0	-	2,503
1	0,91	2,413
2	0,93	2,336
3	0,89	2,220
4	0,91	2,130
5	0,87	1,994
6	0,91	1,895
7	0,91	1,797
8	0,89	1,681
9	0,90	1,578
10	0,92	1,493
11	0,90	1,393
12	0,89	1,282
13	0,94	1,222
14	0,88	1,094
15	0,89	0,981
16	0,91	0,884
17	0,85	0,721

Uočava se konstantna vrijednost omjera diferencija, i uz veličinu $\ln\left(\frac{55}{y_i} - 1\right)$, ustanovljena je linearna funkcijska veza uz koeficijent korelacije $r = -0,9994$. Metodom najmanjih kvadrata dobivene su procjene parametara u modelu koji sada glasi:

$$y = \frac{55}{1 + 12.451 \cdot e^{-0,1031t}}$$

Vrijednost $t = 0$ odgovara 1973. godini.

Logistički model simulira spori početni rast pojave, zatim razdoblje brzog rasta i konačno ograničen rast na visokoj gustoći (sl. 1.). Prema tome bi modelu 1995. godine gustoća GTP-a bila 24, a očekivana vrijednost gustoće u 2000. godini bila bi 31 GTP na 100 stanovnika. Nagli rast bi trebao uslijediti (točka infleksije!) između 1995. i 2005. godine.

Tablica 4. Kretanje gustoće GTP u Republici Hrvatskoj

Godina	y_i	$(y_i)_c$
1973.	4,16	4,09
1974.	4,52	4,50
1975.	4,85	4,94
1976.	5,39	5,42
1977.	5,84	5,95
1978.	6,59	6,52
1979.	7,19	7,14
1980.	7,82	7,80
1981.	8,63	8,52
1982.	9,41	9,29
1983.	10,09	10,11
1984.	10,94	10,99
1985.	11,95	11,92
1986.	12,52	12,91
1987.	13,80	13,96
1988.	15,00	15,06
1989.	16,08	16,21
1990.	18,00	17,42
1991.		18,67
1992.		19,96
1993.		21,29
1994.		22,65
1995.		24,03
1996.		25,43
1997.		26,85
1998.		28,27
1999.		29,68
2000.		31,08

U tablici 4. uspoređeni su empirijski podaci o gustoći GTP-a y_i i dobiveni modelom $(y_i)_c$, te se vidi dobro slaganje empirijskih podataka i podataka izračunanih logističkim modelom.

Taj model treba, po potrebi, stalno korigirati na osnovi novih raspoloživih podataka o gustoći GTP-a.

S pomoću njega mogu se procijeniti i ostale relevantne veličine za razvitak telefonije. Primjerice, s pomoću podataka o broju stanovnika i gustoće GTP-a može se procijeniti apsolutni broj GTP-a ili odrediti odnos broja telefonskih aparata prema glavnim telefonskim priključcima, ako se raspolaze podacima o broju telefonskih aparata.

5. ZAKLJUČAK

Predviđanje gustoće GTP/100 stanovnika već je u nekim državama ostvareno primjenom logističke krivulje [5], a na svojstvima logističke funkcije temelji se i grafički postupak za planiranje dugoročnih potreba glavnih telefonskih priključaka, izložen u radu [9].

Ispitivanje pokazatelja logističkog trenda i analiza raspoloživih podataka [tablica 3] dali su naslutiti kako bi i za Republiku Hrvatsku taj model mogao biti pogodan, što se pokazalo i ispravnim [tablica 5]. Dobiveni logistički model za predviđanje vjerojatnog razvitka gustoće GTP-a/100 stanovnika, uz stalne korekcije parametara s pomoću novih podataka, moguće je koristiti ne samo za prognozu, već i u planiranju, kao i u proračunu ostalih relevantnih veličina telefonske mreže. Štoviše, usvojiv je i kao teorijski "zakon" kretanja gustoće GTP-a.

Analogna se ispitivanja mogu provesti ne samo za Republiku Hrvatsku, već i za pojedine TK centre, osobito veće, poput Zagreba, Osijeka, Splita i drugih.

Godina	Gustoća GTP-a/100 stanovnika	Broj stanovnika
1973	12.5	2100000
1974	13.2	2150000
1975	14.0	2200000
1976	14.8	2250000
1977	15.5	2300000
1978	16.2	2350000
1979	17.0	2400000
1980	17.8	2450000
1981	18.5	2500000
1982	19.2	2550000
1983	20.0	2600000
1984	20.8	2650000
1985	21.5	2700000
1986	22.2	2750000
1987	23.0	2800000
1988	23.8	2850000
1989	24.5	2900000
1990	25.2	2950000

SUMMARY

LOGISTIC MODEL OF MAIN TELEPHONE LINE INCIDENCE TREND

The paper deals with the quantitative analysis of available data on the up-to-date trend of selected capacities of the telephone network for the Republic of Croatia. Based upon the developments in the preceding period (1973-1990) it has been shown that it is possible to complete the planning of the long-term demand for the main telephone lines, i.e. the incidence of MTLs/100 inhabitants by means of a logistic model application.

LITERATURA

- [1] Siemens: Internationale Fernmeldestatistik. München, 1988, 1990, 1992.
- [2] Zbornik PT prometa. HAZU, Zagreb, 1992., str. 73.
- [3] M. MIKULA, S. ŠARIĆ: Potrebe i mogućnosti razvoja telekomunikacija u Republici Hrvatskoj. Promet 4 (1992.), 1, 35-41.
- [4] ZJPTT: Poslovni izvještaj i statistike. Beograd, 1973.-1990.
- [5] Z. JAKOBČIĆ: Zakonitosti razvoja glavnih telefonskih priključaka. Telekomunikacije, 1974., 1.
- [6] M. GJUMBIR: Predviđanje razvoja prometa logističkim trendom. Promet 2 (1990.), 5-6, 293-296.
- [7] V. SERDAR, I. ŠOŠIĆ: Uvod u statistiku. Zagreb, Školska knjiga, 1981., str. 452.
- [8] F.R. OLIVER: Methods of Estimating the Logistic Growth Function. Applied Statistics 13 (1964.), 2, 57-66.
- [9] E. BOHM: Vorausschätzung des langfristigen Bedarfs an Fernsprechhauptanschlüssen mit Hilfe eines logistischen Koordinatennetzes. NTZ, 19 (1966.), 605-613.

Godina	Gustoća GTP-a/100 stanovnika	Broj stanovnika
1973	12.5	2100000
1974	13.2	2150000
1975	14.0	2200000
1976	14.8	2250000
1977	15.5	2300000
1978	16.2	2350000
1979	17.0	2400000
1980	17.8	2450000
1981	18.5	2500000
1982	19.2	2550000
1983	20.0	2600000
1984	20.8	2650000
1985	21.5	2700000
1986	22.2	2750000
1987	23.0	2800000
1988	23.8	2850000
1989	24.5	2900000
1990	25.2	2950000