

BORIS RIBARIĆ, dipl.inž.
Dr. NENAD INJAC
Fakultet prometnih znanosti
Zagreb, Vukelićeva 4

Planiranje prometa
Pregled
UDK: 656.011
Primljeno: 14.02.1990.
Prihvaćeno: 24.09.1990.

PRIMJENA LATINSKE KOMPOZICIJE PRI OPTIMALIZACIJI TRANSPORTA U UVJETIMA DEFINIRANE MREŽE ROBNO-TRANSPORTNIH CENTARA

SAŽETAK

U radu autori daju prikaz matematičke metode tzv. latinske kompozicije koja se pokazala vrlo uspješnom pri rješavanju višekriterijalnog problema optimalizacije na mreži. Također se prikazuje algoritam latinske kompozicije, te hipotetski model rješavanja problema na planiranoj mreži robno-transportnih centara Jugoslavije.

1. UVODNA RAZMATRANJA

Problem transporta robe između dva robno-transportna centra je relativno jednostavan bez obzira na vrstu prometne grane i primjenjenu tehnologiju. Ukoliko su unaprijed postavljeni ciljevi (cijena, brzina, odnosno vrijeme, tehnologija itd.) lako se nađe optimum. Npr., ako između dva odabrana robno-transportna centra postoji i cestovna i željeznička i zračna i brodska veza poređenje relevantnih parametara je direktno i čitav zadatak je trivijalan, pogotovo ako su i data ograničenja vezana uz oblik tehnologije.

Međutim, porastom broja destinacija, problem se naglo komplicira. Tada se traži veza između dvije određene točke pri čemu se mora paziti na niz ograničenja. Npr., treba odabrati najkraći put ili put u kome se, po mogućnosti bez ponavljanja, obilazi određeni broj mjesta, ili put s najmanjim troškovima. Čitava problematika neasimptotski raste porastom broja destinacija tako da je ručno rješavanje ovakvog tipa zadatka praktično nemoguće. Čak i uz primjenu elektroničkog računala, vrlo brzo nastaju problemi vezani uz granične mogućnosti memorije i/ili raspoloživog vremena rada. Stega je, tokom vremena, razvijen niz algoritama koji na računalo rješavaju probleme niza određinih točaka i njihovih međusobnih veza. Pritom ne treba zaboraviti ni dodatnu dimenziju problema koja se javlja ako su neke od veza jednosmjerne što sve diže na višu razinu.

U praksi i literaturi algoritmi ovakvog tipa se prethodno definiraju uz pomoć teorije grafova. U ovom slučaju, robno-transportni centri se predstavljaju kao čvorovi ili vrhovi grafa a međusobne veze kao grane (lukovi ili rebra). S obzirom na moguću orijentaciju veza, razlikuju se orijentirani i neorijentirani grafovi

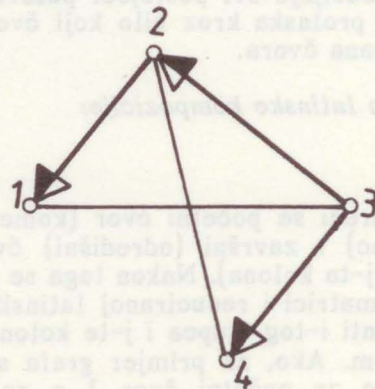
(pri čemu je problematika orijentiranih grafova bitno kompliciranija).

Niz algoritama koje nudi literatura pogodno je, obično, ili kao demonstracioni model ili kao praktično rješenje na velikim računalima. Zadaci u kojima se obrađuje više od četiri do pet čvorova (uz prisustvo dodatnih opteretnih kriterija kao što su propisana tehnologija, cijena, vrijeme itd.) već se ne mogu praktično primjenjivati na sistemima stolnih ili osobnih kompjutera (tipa IBM PC). Zato je izbor algoritma bitan i njegov pravilan izbor uveliko određuje svu kasniju uspješnost provedene analize.

U ovom radu je kao metoda, koja se pokazala vrlo uspješnom i na osobnom računalo, odabrana tzv. Latinska kompozicija. Ovo treba posebno istaći jer se, prema dostupnoj literaturi, latinska kompozicija uglavnom marginalno pominje (i to samo u vezi latinskih matrica), ali je, konkretno realizirana, pokazala niz nedvojbinih prednosti.

2. LATINSKA MATRICA (KOMPOZICIJA)

Latinska matrica je pravokutna shema koja u potpunosti opisuje orijentirani graf. Npr., neki je dat graf kao na slici 1. Ako nema prospe (veze), nema ni grane. Ako je veza obostrana, grana je puna linija (bez strelice - porazivaca usmjerenja). Ako usmjerenje postoji, onda se označava strelicom. Tako npr. veze između čvorova 1 i 4 nema, veza između 1 i 3 je dvostrana, a veza između 3 i 2 je od čvora 3 prema čvoru 2.



Slika 1.

Prikaz na slici 1. je odgovarajuća latinska matrica (sl. 2).

	1	2	3	4
1	0	0	13	0
2	21	0	0	24
3	31	32	0	34
4	0	42	0	0

Slika 2.

Ako se razmotri na koji način su uneseni elementi ove latinske matrice vidi se da su:

- svi elementi po dijagonali 0 (ne postoji spoj po grani sa samim sobom,
- svi elementi računati (prospoj) od lijeve oznake u koloni (i) prema određenom stupcu (j). Ako spoj postoji unese se vrijednost i-te kolone i j-tog stupca u obliku elemenata (i, j). Npr. čvor 1 je spojen sa čvorem 3 i zato na presjeku prve kolone (i=1) i trećeg stupca (j=3) dolazi oznaka (13). Ostalih veza od 1 prema 2 i 4 nema, pa su ostale oznake u koloni 0.

Reducirana latinska matrica nastaje na osnovu latinske matrice datog grafa. Pritom se sav postupak sastoji u tome da se elementi na presjecima (i j) oslobode oznake kolone (i). Npr. reducirana latinska matrica grafa sa slike 1. dobije se iz latinske matrice sa slike 2. (sl. 3).

	1	2	3	4
1	0	0	3	0
2	1	0	0	4
3	1	2	0	4
4	0	2	0	0

Slika 3.

Latinska kompozicija je metoda iz koje se dobiju svi mogući prospoj (veze) između dva izabrana čvora orijentiranog grafa. Suština rada latinske kompozicije je poseban oblik sukcesivnog množenja latinske matrice sa reduciranom latinskom matricom po određenim pravilima pri čemu se dobijaju svi postojeći putevi (bez ponovljenog prolaska kroz bilo koji čvor) između dva odabrana čvora.

Algoritam latinske kompozicije:

1. Korak

Odredi se početni čvor (kome odgovara i-ti stupac) i završni (odredišni) čvor (kome odgovara j-ta kolona). Nakon toga se u izvornoj latinskoj matrici i reduciranoj latinskoj matrici svi elementi i-tog stupca i j-te kolone izjednače s nulom. Ako, za primjer grafa sa slike 1. odaberemo za početni čvor 1 a za odredišni čvor 4, onda startne matrice (osnovna i reducirana) dobijaju oblik dat na slici 4.

Osnovna startna matrica

0	0	13	0
0	0	0	24
0	32	0	34
0	0	0	0

Reducirana startna matrica

0	0	3	0
0	0	0	4
0	2	0	4
0	0	0	0

Slika 4.

2. Korak

Traži se element u osnovnoj startnoj matrici na presjeku i-te kolone i j-tog stupca. Njegov iznos daje vezu dužine 1 (direktna veza 2 čvora). U ovom slučaju veze nema i na slici 5. je prikazano da je taj element 0.

0	0	13	0
0	0	0	24
0	32	0	34
0	0	0	0

Slika 5.

3. Korak

Prilazi se množenju osnovne startne matrice i reducirane startne matrice po pravilu množenja matrica (sl. 6).

0	0	13	0	×	0	0	3	0
0	0	0	24		0	0	0	4
0	32	0	34		0	2	0	4
0	0	0	0		0	0	0	0

Slika 6.

Prilikom ovog množenja vrijede slijedeća pravila:

- ako je u rezultatu produkta barem jedan element 0, rezultat je 0,
- ako se u produktu makar jedan čvor nađe dva i više puta, rezultat je 0.
- ako je rezultat za dva i više množenja korektan, element se sastoji od dva i više segmenta.

4. Korak

Dobijena matrica je startna matrica, te se postupak ponavlja od koraka 2.

5. Korak

Ukoliko matrica ima n čvorova, množenje se obavlja n-1 puta i pri tome se dobivaju svi putevi (veze ili prospoj) od dužine 1 do dužine n-1. Nakon što se množenje i traženje elemenata na presjeku i-te kolone i j-tog stup-

ca ponovi $n-1$ puta, postupak je završen. Kontrola kvalitete obavljene latinske kompozicije jeste da su tada svi elementi (osim presjeka, ako ga ima) jednaki nuli.

Dati algoritam realiziran je u programskom jeziku **GIA BASIC** na PC računalu tipa **ATARI 2MEGA** na Fakultetu prometnih znanosti u Zagrebu. Program omogućava množenja latinskih matrica do reda 8×8 uz maksimalno vrijeme izvršenja oca 3 minute. Veličina programa je 33 kbyte.

3. IZRADA HIPOTETSKOG MODELA

Izrada *hipotetskog modela* i njegovo dobro definiranje osnovna je pretpostavka rješavanja stvarnih problema iz prakse. Da bi se model dobro definirao potrebno je obratiti pažnju na slijedeće karakteristike koje model mora sadržavati:

- parametri modela,
- veličina i oblik problema,
- formiranje i formulacija pripadnih opterećenja,
- fleksibilnost modela (mogućnosti mijenjanja mreže i problema).

Za slučaj rješavanja optimalizacije na mreži model treba imati ove sastavne dijelove:

- ulazne veličine,
- transformacija (izračunavanje),
- izlazne veličine,
- traženje optimuma.

Ulazne veličine sastoje se iz definiranja mreže na kojoj se problem rješava preko broja čvorova i njihovih međusobnih veza. Veza između dva čvora može biti obostrana, usmjerena iz prvog u drugi čvor, usmjerena iz drugog u prvi čvor ili može nepostojati. Osim definiranja mreže potrebno je definirati i parametre koji predstavljaju ograničenja ili težinske karakteristike pojedinih veza, a direktno utječu na dobijanje optimalnog rješenja. Zbog velikog broja parametara koji utječu na dobijanje optimalnog rješenja, u izradi *hipotetskog modela* za ovaj problem prišlo se definiranju samo glavnih parametara karakterističnih za sve prometne grane. To su prije svega:

- međusobna udaljenost između čvorova (u ovom slučaju robno-transportnih centara) u km,
- prosječna prijevozna brzina u km/h,
- masa robe koja se transportira na određenoj relaciji u t,
- jedinična cijena koštanja transporta u din/tkm.

Međusobna udaljenost između čvorova i masa robe koja se transportira su promjenljive veličine ovog modela, koje se mijenjaju u zavisnosti od mijenjanja mreža i transportnog zadatka koji se rješava.

Prosječna prijevozna brzina je također varijabilna veličina koja je u direktnoj vezi s karakteristikama mreže (odnosno pojedinih veza između čvorova), prijevoznih sredstava i tehnologijom manipuliranja na ishodištu i odredištu. Drugim riječima, vrsta primjenjene tehnologije (suvremene ili klasične) definira i prosječnu prijevoznu brzinu na mreži.

Jedinična cijena koštanja transporta je također definirana primjenjenom tehnologijom.

Transformacije (izračunavanja) u modelu odnose se na traženje svih mogućih puteva između ishodišnog i odredišnog čvora pomoću metode *latinske kompozicije* i izračunavanjem vremena trajanja prijevoza (h), ostvarenog učinka prijevoza (tkm), te koštanja predmetnog transporta (din).

Izračunavanje vremena trajanja transporta radi se preko formule:

$$T = \frac{L}{V_{pr}} \text{ (h)}$$

gdje je:

L - prijeđeni put sa teretom (km),
 V_{pr} - prijevozna brzina (km/h).

Ostvareni učinak transporta izračunava se preko formule:

$$U = m \cdot L \text{ (tkm)}$$

gdje je:

m - masa robe koja se transportira (t)

Koštanje transporta dobiva se preko formule:

$$C = C_1 \cdot U \text{ (din)}$$

gdje je:

C_1 - jedinična cijena transporta (din/tkm).

Izlazne veličine su osnov za traženje optimalnog rješenja. U ovom slučaju izlazne veličine su ujedno i veličine dobivene izračunavanjem u programu.

Dobivanje optimalnog rješenja je rezultat postavljanja cilja problema, a na osnovu izlaznih veličina. Cilj problema, u ovom slučaju, svodi se na dobivanje optimalnog rješenja s aspekta vremenskog trajanja transporta (h), i dobivanje cijene koštanja tog transporta (din). Dakle:

$$T_{min} = \sum_{k=1}^{n-1} T_{ijk}$$

T_{ij} - vrijeme potrebno za svladavanje puta između dva čvora rute,

n - broj čvorova rute.

Tako dobijena optimalna ruta sa vremenskog aspekta je temelj za dobivanje cijene koštanja transporta na toj ruti s obzirom na primjenjenu vrstu tehnologije (suvremene i klasične) i to preko relacije:

$$C = \sum_{k=1}^{n-1} C_{ijk}$$

C_{ij} - cijena koštanja transporta između i-tog i j-tog čvora rute,

n - broj čvorova rute.

Potrebno je istaknuti fleksibilnost modela što znači promjenu stanja mreže, uvođenje novih težinskih karakteristika veza u mreži s obzirom na definiranje cilja, te modifikaciju problema također s obzirom na definiranje cilja. Ta fleksibilnost konkretno znači, da se pri rješavanju problema na velikim mrežama traže suboptimalna rješenja po segmentim, a tek tada na čitavoj mreži gdje segmenti postaju čvorovi (ishodišta i odredišta). Jasno, na ovaj način ne dobiva se optimalno rješenje, ali svakako približno optimalno ili racionalno rješenje koje uveliko nadilazi rješenja temeljena na iskustvu.

4. ZAKLJUČAK

Moderni promet je nezamisliv bez primjene najnovijih matematičkih metoda optimalizacije. U uvjetima sve izraženije konkurencije, gde se mogu održati samo najorganiziraniji i najkvalitetniji, prednost se stiče na svakoj uštedenoj pari, kilometru ili sekundi. Otvaranje granice je dodatni faktor, koji uz provođenje deregulacije u EZ 92., jasno pokazuje da dolazi kvalitativno novo doba, a opstanak na tržištu sve više ovisi ne o nekim krupnim zahvatima već o jedva uočljivim nijansama.

Obavljati teretni cestovni prijevoz bez uvažavanja postojećeg stanja, i što je još važnije, trendova koje nosi budućnost, stoga je više nego rizično.

Dodatna moderna informatička tehnika i tehnologija moraju postati svakodnevno oruđe svake iole ozbiljnije firme, ali sami po sebi nisu garant uspjeha. Tek uz odgovarajuće programske pakete (software) bazirane na optimalnim matematičkim modelima i metodama dobija se moćan i konkretan alat.

Jedan od najvažnijih problema modernog cestovnog teretnog prometa svakako je optimalizacija mreže robno-transportnih centara i njihovih veza. Do danas je na tom području razvijena čitava familija programa koji se, s više ili manje uspjeha, realiziraju na računalu. Glavna

ograničenja koja se pri tom javljaju jesu problemi vezani uz vremensko trajanje izračunavanja i zauzetosti memorijskog prostora računala. Dok je na velikim računskim sistemima ovaj problem (za određeni broj čvorova mreže) još i podnošljiv, na malim računalima tipa PC on postaje realna zapreka u radu. Zato je izbor dobrog algoritma veoma važan i predstavlja temelj daljnje analize problema.

U ovom radu odabrana je tzv. latinska kompozicija koja se pokazala vrlo efikasnom-metodom za tretiranje orijentiranih grafova i traženje mogućih puteva između dva čvora.

Dobiveni putevi se mogu, nakon njihovog nalaženja, opteretiti proizvoljnim težinskim koeficijentima (udaljenošću, troškovima itd.) što predstavlja značajnu prednost u odnosu na konkurentne metode.

Okako tretirana, latinska kompozicija predstavlja osnov za izradu modela na kojima je moguća detaljna analiza realnih problema uz donošenje optimalnih odluka.

Konkretan program, razvijen i testiran na osobnom računalu tipa ATARI pokazao je sve prednosti latinske kompozicije i ukazao na daljnju potrebu primjene i usavršavanja ove metode.

SUMMARY

APPLICATION OF LATIN COMPOSITION IN THE PROCESS OF OPTIMIZATION OF TRANSPORT IN CONDITIONS OF DEFINED GOODS DEPOT NETWORK

The authors provide a review of the mathematical method, the so called Latin composition that has proved itself to be very successful in the process of solution of multi-criteria program of the network optimization. Furthermore the algorithm of the Latin composition is provided and hypothetical model of the problem resolution on the planned network of depots.